Занятие 7: практическое

ИНСТРУКЦИОННАЯ КАРТА № 3

на выполнение практического занятия по МДК.01.02

" Математический аппарат для проектирования компьютерных сетей "

для студентов специальности 09.02.02 «Компьютерные сети»

Тема: Нахождение эйлеровых циклов и путей

Цель работы: Приобрести навыки нахождения эйлеровых циклов или путей

Норма времени: 2 ак. часа.

Оснащение рабочего места: ПК, инструкционные карты, конспект.

Литература:

ОИ3. Палий, И. А. Дискретная математика : учебное пособие для среднего профессионального образования / И. А. Палий. – Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 352 с. — (Профессиональное образование). — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/441865 . – С. 209-215.

Компетенции, умения и навыки, которыми должны овладеть обучающиеся: ОК 5, ПК 1.4

После выполненных работ обучающийся должен **знать:** алгоритм Флери нахождения эйлерова цикла или пути; **уметь:** находить эйлеровы циклы или пути в графах.

Вопросы для актуализации опорных знаний;

1. Что такое маршрут, цепь, цикл?
2. Какие графы называют эйлеровыми?
3. Какие графы называют гамильтоновыми?

Теоретические сведения 1
Маршруты и циклы в графах 1
Алгоритм поиска эйлерова цикла 1
Пример 1
Ход работы 2
Содержание отчета о занятии 2
Варианты заданий для самостоятельного выполнения к практическим занятиям 1 – 3 3

Литература:

ОИ2. Буркатовская Ю.Б. Теория графов: учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та, 2014. – 200 с. – С. 12-14.

Теоретические сведения

Маршруты и циклы в графах

Маршрутом в графе называется последовательность вершин и ребер, начинающаяся и заканчивающаяся вершиной. **Путь** в графе – это маршрут, в котором все ребра различны. Путь называется **простым**, если и все вершины в нем различны.

Циклом называется простая замкнутая цепь. Цикл длины 1 называется петлей.

Граф называется **связным**, если для любых двух его вершин имеется путь, соединяющий эти вершины. Компонентой связности графа G называется его правильный связный подграф, не являющийся собственным подграфом никакого другого связного подграфа графа G.

Эйлеровым циклом (путем) называется цикл (путь), проходящий через все ребра графа. Граф, в котором имеется эйлеров цикл, называют эйлеровым графом.

Связный граф эйлеров тогда и только тогда, когда в нем степени всех вершин четны. Если граф G(V,E) обладает эйлеровым циклом, то он связный и все его вершины четные. Если в графе только две вершины имеют нечетную степень, то можно построить эйлеров путь, при этом вершины с нечетными степенями будут начальной и конечной в этом пути.

Гамильтоновым циклом (путем) называют простой цикл (путь), содержащий все вершины графа.

Алгоритм поиска эйлерова цикла

Наиболее простым является алгоритм Флёри.

1. Положить текущий граф равным G , а текущую вершину — равной произвольной вершине $v \in V(G)$.
2. Выбрать произвольное, с учетом ограничения (см. ниже) ребро ***e*** текущего графа, инцидентное текущей вершине.
3. Назначить текущей вторую вершину, инцидентную ***e***.
4. Удалить ***e*** из текущего графа и внести в список.
5. Если в текущем графе еще остались ребра, вернуться на шаг 2

Ограничение: если степень текущей вершины в текущем графе больше 1, нельзя выбирать ребро, удаление которого из текущего графа увеличит число компонент связности в нем.

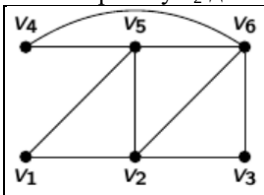
Пример

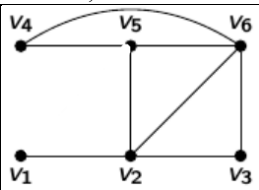
Построить эйлеров цикл для графа, изображенного на рисунке.

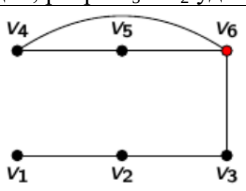
Сначала следует убедиться, что заданный граф является эйлеровым. Для этого находим степени всех вершин. В заданном граф степени всех вершин четные – следовательно, эйлеров цикл существует.

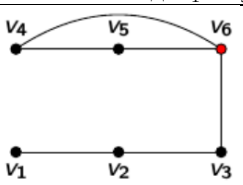
1. Выбираем вершину 1 и произвольное ребро, инцидентное этой вершине – например, $v_1 – v_5$. Ограничение соблюдается. Вершину v_5 добавляем в вписок, она становится текущей, ребро $v_1 – v_5$ удаляем. Список имеет вид: $v_1 – v_5$.

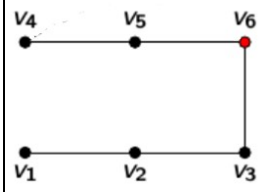
2. Выбираем произвольное ребро, инцидентное текущей вершине v_5 – например, $v_5 – v_2$. Ограничение соблюдается. Вершину v_2 добавляем в вписок, она становится текущей, ребро $v_5 – v_2$ удаляем. Список имеет вид: $v_1 – v_5 – v_2$.

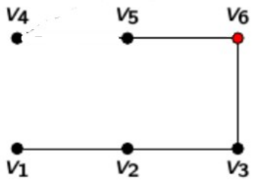
<table>
<tr>
<td> 

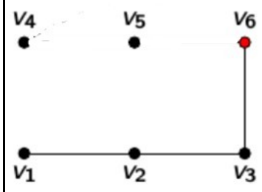
Исходный граф</td>
<td> 

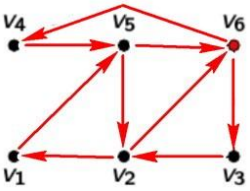
1) $v_1 – v_5$</td>
<td> 

2) $v_5 – v_2$</td>
<td> 

3) $v_2 – v_6$</td>
</tr>
<tr>
<td> 

4) $v_6 – v_4$</td>
<td> 

5) $v_4 – v_5$</td>
<td> 

6) $v_5 – v_6$</td>
<td> 

$v_1 – v_5 – v_2 – v_6 – v_4 – v_5 – v_6 – v_3 – v_2 – v_1$</td>
</tr>
</table>

3. Выбираем произвольное ребро, инцидентное текущей вершине v_2 – например, $v_2 – v_6$. Ограничение соблюдается. Вершину v_6 добавляем в вписок, она становится текущей, ребро $v_2 – v_6$ удаляем.

Список имеет вид: $v_1 – v_5 – v_2 – v_6$.

4. Выбираем произвольное ребро, инцидентное текущей вершине v_6 – например, $v_6 – v_4$. Обратите внимание: ребро $v_6 – v_3$ выбирать нельзя, так как в этом случае граф распадется на две компоненты связности (две части). При удалении ребра $v_6 – v_4$ ограничение соблюдается. Вершину v_4 добавляем в вписок, она становится текущей, ребро $v_6 – v_4$ удаляем. Список имеет вид: $v_1 – v_5 – v_2 – v_6 – v_4$.

5. Выбираем ребро, инцидентное текущей вершине v_4: ребро $v_4 – v_5$. Ограничение соблюдается. Вершину v_5 добавляем в вписок, она становится текущей, ребро $v_4 – v_5$ удаляем. Список имеет вид: $v_1 – v_5 – v_2 – v_6 – v_4 – v_5$.

6. Выбираем ребро, инцидентное текущей вершине v_5: ребро $v_5 – v_6$. Ограничение соблюдается. Вершину v_6 добавляем в вписок, она становится текущей, ребро $v_5 – v_6$ удаляем. Список имеет вид: $v_1 – v_5 – v_2 – v_6 – v_4 – v_5 – v_6$.

7. Аналогично проходим остальные ребра. Итоговый список имеет вид:

$v_1 – v_5 – v_2 – v_6 – v_4 – v_5 – v_6 – v_3 – v_2 – v_1$.

Весь эйлеров цикл показан на рисунке.

Ход работы

1. Для своего варианта графа проверить возможность построения эйлерова цикла или пути. Если построение невозможно – по согласованию с преподавателем изменить граф так, что построение эйлерова цикла или пути стало возможным.

2. Найти эйлеров цикл или путь. В отчете показать последовательность построения цикла.

Содержание отчета о занятии

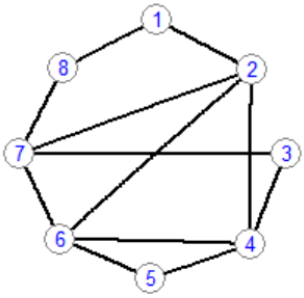
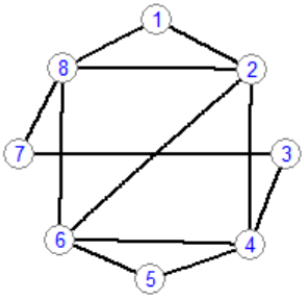
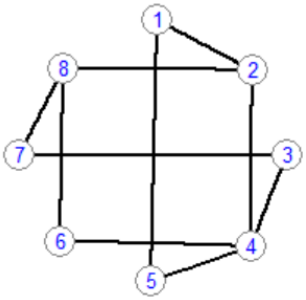
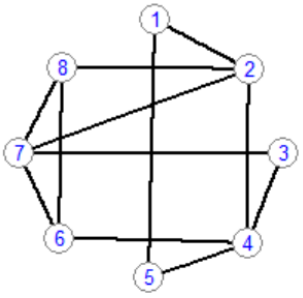
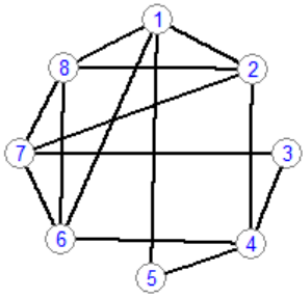
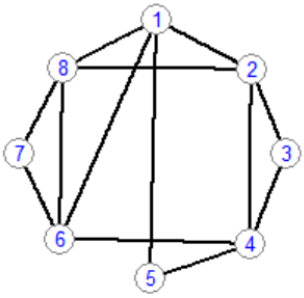
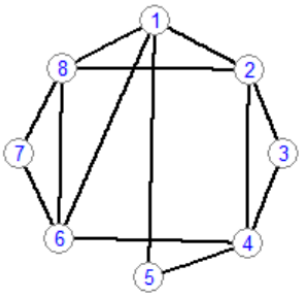
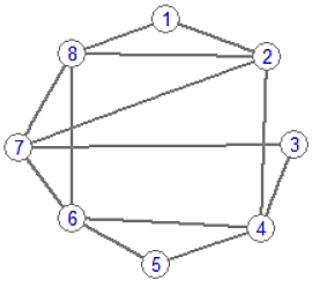
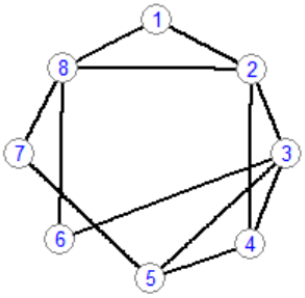
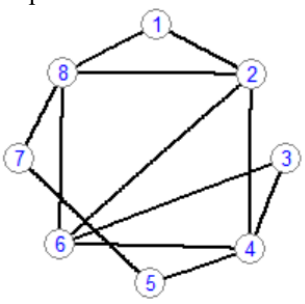
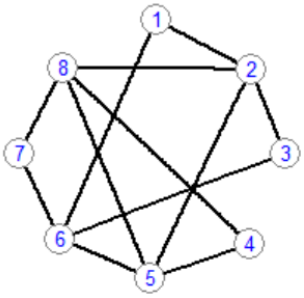
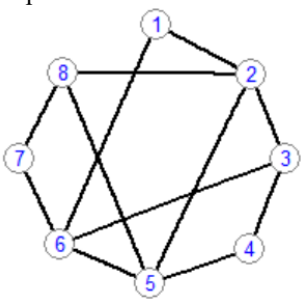
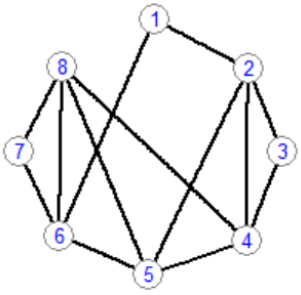
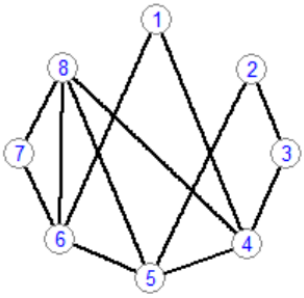
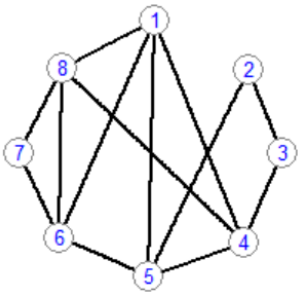
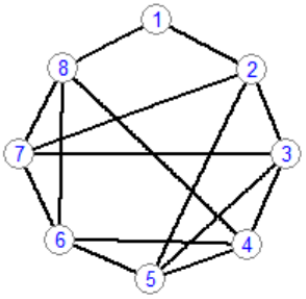
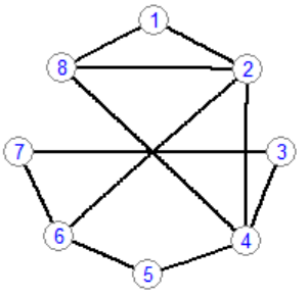
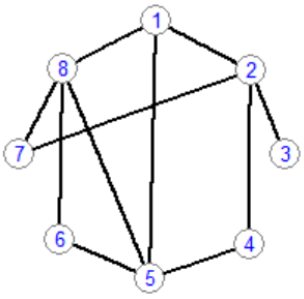
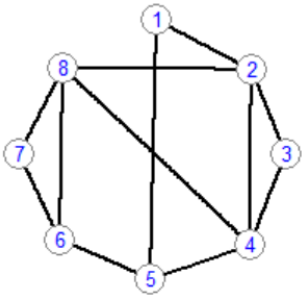
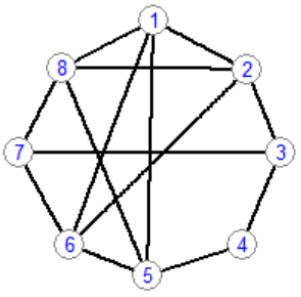
Практическое занятие № 3
Тема: Нахождение эйлеровых циклов или путей
Маршрутом в графе называется …
Путь в графе – это …
Циклом называется ...
Эйлеровым циклом (путем) называется …
Эйлеровым графом называют…
Связный граф эйлеров тогда и только тогда, когда …
Вариант . . .
(изображение графа; если граф изменялся – также изображение нового графа)
Граф . . . (является, не является) связным. Граф . . . (является, не является) эйлеровым.
Построение эйлерова … (цикла, пути):
(описание последовательности построения)

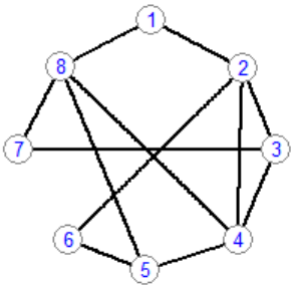
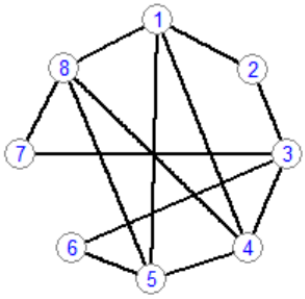
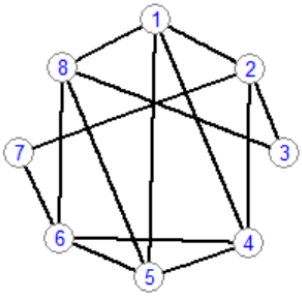
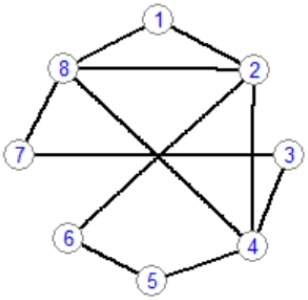
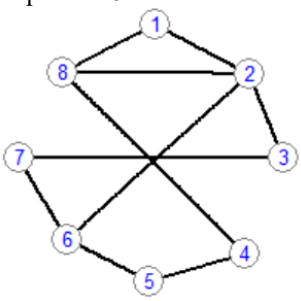
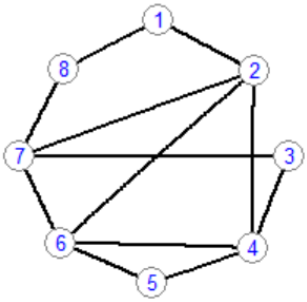
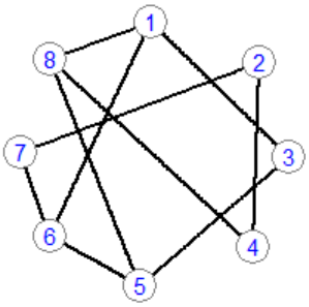
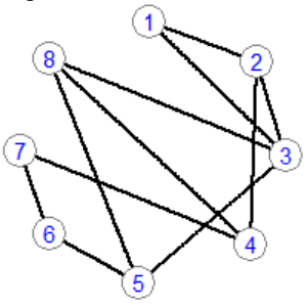
Текущая вершина	Выбранное ребро	Изображение графа с указанием эйлерова цикла или пути
…	…	
…	…	

Итого эйлеров цикл (путь):
… – … – …

Инструкционную карту составил преподаватель: Дубик Н.А.

Варианты заданий для самостоятельного выполнения к практическим занятиям 1 – 3

Вариант 1 	Вариант 2 	Вариант 3 	Вариант 4 
Вариант 5 	Вариант 6 	Вариант 7 	Вариант 8 
Вариант 9 	Вариант 10 	Вариант 11 	Вариант 12 
Вариант 13 	Вариант 14 	Вариант 15 	Вариант 16 
Вариант 17 	Вариант 18 	Вариант 19 	Вариант 20 

Вариант 21 	Вариант 22 	Вариант 23 	Вариант 24 
Вариант 25 	Вариант 26 	Вариант 27 	Вариант 28